

# PROPUESTA DE MODERNIZACIÓN DE ENSEÑANZA DE TOPOGRAFÍA EN LA FACULTAD DE MINAS

## Cuaderno de Topografía Generalidades



**Nivel de precisión Y-Y Dumpy**

**Angela B. Mejía G.**  
**Profesora Asistente**  
**Felipe Ospina J.**  
**Profesor Honorario**  
**Alonso Sierra L.**  
**Profesor Asociado**  
**Oscar Zapata O.**  
**Profesor Asociado**



**Teodolito Opticomecánico**  
**KERN DKM-1**

Este material se terminó de imprimir en  
los talleres del  
Centro de Publicaciones de la  
Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín  
en julio de 2007



UNIVERSIDAD  
**NACIONAL**  
DE COLOMBIA  
SEDE MEDELLÍN

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL FACULTAD DE MINAS

© Angela Beatriz Mejía Gutierrez  
© Felipe Ospina J.  
© Alonso Sierra L.  
© Oscar Zapata O.

© Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín  
Centro de Publicaciones  
ISBN : 958-8256-50-4

Diagramación e impresión : Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín  
Centro de Publicaciones

Primera Edición : Febrero de 2005  
Primera reimpresión: Julio de 2007

STANSELL, Thomas. El sistema de navegación por satélite: Transit. Torrance, Magnavox, 1980. 84 p.

TORRES, A., VILLATE, E. Topografía, Bogotá, Escuela Colombiana de Ingeniería 2001. 460 p.

VALDÉS, Francisco Topografía. Barcelona, Ceac, 1981. 352 p.

ZAPATA, O., M Oscar. Ejercicios de topografía Trabajo para a la promoción a profesor Asistente. Medellín Universidad Nacional , 1992, 144 p.

ZAPATA, O., Oscar. Notas de clase para el curso de topografía. Medellín, U.N. 1993. 105 p.

ZURITA, José. Topografía práctica para el constructor. Barcelona, Ceac, 1979. 185 p.

## INTRODUCCIÓN

La serie de cuadernos así presentados pretenden la realización del curso de Topografía utilizando documentos previamente elaborados por los profesores (con información básica, clara, precisa, ordenada, actual, no una lista de temas) que permitan al estudiante opinar, aportar y construir el texto para que descubra los desarrollos y las tecnologías que lo llevarán a conseguir el objetivo que se busca con la Topografía, la medida y su representación.

A diferencia de la metodología tradicional permite al estudiante participar en la elaboración del texto para que aporte, haga confrontaciones, evalúe lo que sabe, compare su conocimiento se retroalimente, repita apropiadamente la tecnología existente y tenga la posibilidad de crear nuevas tecnologías.

De esta manera se consigue la revisión permanente y evolución del texto base del programa, de la tecnología existente y del estado del arte en general.

## CONTENIDO

<b>1. GENERALIDADES .....</b>	<b>5</b>
<b>1.1 DEFINICIÓN .....</b>	<b>5</b>
<b>1.2 HISTORIA .....</b>	<b>5</b>
UNIDADES DE MEDIDA ANGULAR .....	8
<b>1.3 GEODESIA Y TOPOGRAFÍA. FORMA DE LA TIERRA .....</b>	<b>9</b>
1.3.1 La geodesia .....	9
1.3.2 La topografía .....	10
<b>1.4 DIVISIÓN BÁSICA DE LA TOPOGRAFÍA .....</b>	<b>11</b>
1.4.1 Planimetría. ....	11
1.4.2 Altimetría. ....	11
1.4.3 Planimetría y altimetría. ....	11
<b>1.5 PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE LA TOPOGRAFÍA .....</b>	<b>14</b>
1.5.1 El sistema métrico decimal de medidas. ....	15
1.5.2 Matemáticas para la topografía: .....	17
1.5.3 Principios fundamentales de topografía: .....	19
1.5.4 Escalas .....	25

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALCÁNTARA, G., Dante. Topografía. México, McGraw-Hill. 1990. 583 p.
- BARRY, Austin. Topografía aplicada a la construcción. México, Limusa, 1982. 342 p.
- BRINKER, R. C., WOLF, P.R. Topografía moderna. México, Harla, 1982. 542 p.
- DAVIS, R.E., FOOTE, F.S. Tratado de topografía. Valencia, Aguilar, 1964, 880 p.
- DAVIS, R.E., KELLY, J.W. topografía Elemental. México, Continental, 1979. 648 p.
- DOMINGUEZ, G., Francisco Topografía general y aplicada. Madrid, COSAT. 1998 823 p.
- GIL, L., Luis. Levantamientos topográficos, Medellín, Universidad Nacional, 2005. 133 p.
- GÓMEZ, T., Ana. Topografía subterránea. México, Alfaomega Ediciones UPC. 1999. 212 p.
- IRVINE, W. Topografía. México, Mcgraw - Hill. 1975.259 p.
- JORDAN, W., Tratado general de topografía: Planimetría. Barcelona Gustavo Gilli, 1944. 535 p.
- JORDAN, W., Tratado de topografía: Altimetría, fotogrametría y replanteos. Barcelona, Gustavo Gilli, 1944. 572 p.
- KISSAM, P., Topografía para ingenieros, Madrid, Castilla, 1967. 64p.
- MCCORMAC, J. Topografía. México, Limusa Wiley. 2004. 416 p.
- OSPINA, J., Felipe. Prácticas de topografía., Medellín, Universidad Nacional, 1975. 144 p.
- OSPINA, J., Felipe. Apuntes de topografía, Medellín, Universidad Nacional, 1997. 136 p.

# 1. GENERALIDADES

## 1.1 DEFINICIÓN

La Topografía es una forma de presentar las metodologías con las que se efectúan las mediciones necesarias para determinar las posiciones relativas de puntos situados arriba, sobre y debajo de la superficie de la tierra, o bien establecer puntos en una posición determinada.

Las medidas de la topografía son, esencialmente, distancia horizontal y vertical, y dirección (ángulo horizontal y vertical).

La etapa de obtención de datos topográficos se conoce como trabajo de campo. Los datos tomados deben ser analizados, procesados mediante cálculos matemáticos, ajustados y normalmente convertidos a modalidades gráficas como planos, mapas y cartas que conforman los trabajos de oficina. En algunos casos sobre los planos se proyectan obras, cuyos puntos es necesario establecer en el terreno, en una operación que se denomina replanteo.

## 1.2 HISTORIA

Los orígenes de la topografía se confunden con los de la astronomía, la astrología y las matemáticas. Las primeras teorías matemáticas se desarrollaron a partir del uso práctico de los números que se requería en la vida de las comunidades antiguas.

Los egipcios, los griegos y los romanos emplearon la topografía y los principios matemáticos para el establecimiento de linderos de terrenos, trazo de edificios públicos y para la medición y el cálculo de superficies.

Se cree que en Egipto se hicieron los primeros trabajos topográficos de acuerdo con referencias y representaciones de hombres realizando mediciones de terrenos, en dibujos sobre muros, tablillas y papiros.

Posiblemente, a partir de que el hombre se hizo sedentario y comenzó a cultivar la tierra nació la necesidad de hacer mediciones, pudiéndose decir que la topografía nace con la sociedad tribal.

Los topógrafos romanos eran conocidos como gromatici por el uso del groma, aparato empleado para establecer en el terreno dos líneas en ángulo recto (precursor del tamanuá o escuadra de agrimensor). Empleaban también el chorobates como instrumento para nivelar, formado por una tabla con una ranura en el centro que se llenaba con agua. Ver figura 1.1 .

Los medidores egipcios eran llamados estira cables, por trabajar con cuerdas anudadas.

La relación íntima entre las matemáticas y la topografía la indica el nombre dado a una de las más antiguas ramas de las matemáticas, la geometría, que se deriva de las palabras griegas que significan mediciones de la tierra.

Las medidas originaron la necesidad de patrones de medida, para lo cual el hombre empleó las cosas que le eran familiares, particularmente su propio cuerpo. Por ejemplo, la distancia entre la punta del dedo medio y el codo, fue denominada codo. Ver figura 1.2.1. La distancia entre la punta del dedo pulgar y la del dedo meñique con la mano totalmente extendida, se llamó cuarta o palmo y equivalió a medio codo. Ver figura 1.2.2. El pie fue otra medida equivalente a tres cuartas partes del codo. La altura del hombre equivalía a cuatro codos.

Todas estas medidas diferían dependiendo de las distintas tallas de los individuos. En Egipto se estableció hacia el año 3000 antes de Cristo, el codo real (codo de algún faraón) como patrón. Se construyó con él un cuadrado de un codo real de lado y su diagonal llamada doble ramen se estableció como patrón de medida de longitud para la medición de terrenos.

Varias civilizaciones antiguas como los sumerios, persas y griegos usaban unidades como el codo, el dedo, la palma, etc. y otras de mayor longitud como la equivalente a una jornada de camino, el sabat, de aproximadamente 1.281 metros.

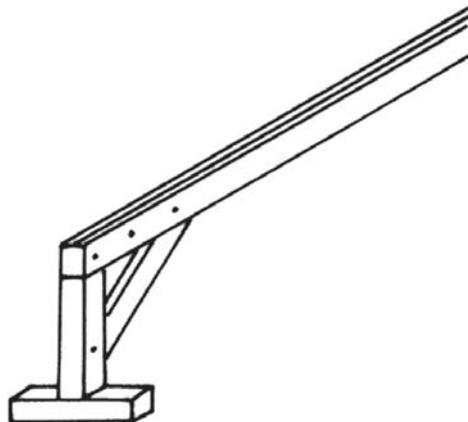


Figura 1.1. Chorobates

Siendo las dimensiones  $2x$  por  $x$ .

$$\text{Área} = 2x^2$$

Por consiguiente:

$$\begin{aligned} 2x^2 &= 167.22 \text{ mm}^2 \\ &= 83.61 \text{ mm}^2 \\ \text{y así pues } x &= 3.14 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

de modo que el dibujo mide  $8.14 \text{ mm} \times 18.29 \text{ mm}$

Se define el módulo escalar como el inverso de la escala. Si  $1/E = \text{ESCALA}$  El módulo escalar es  $E$  y significa el factor por el que hay que multiplicar la distancia medida en el plano para encontrar la homóloga en el terreno.

Cuestionario: Responder a las siguientes preguntas:

1. Dar tres maneras de expresar la escala de un mapa o plano, señalando brevemente sus ventajas y desventajas.
2. Un terreno situado entre una vía recta y una cerca tiene un área de 6250 metros cuadrados.
  - a. El área, medida en un plano viejo cuya escala se ha borrado, da  $1000 \text{ mm}^2$ . ¿Cuál es la escala de ese plano?-
  - b. La línea principal del levantamiento va a lo largo del borde de la vía. Si las distancias de los extremos de esta base a la cerca son 36.90 y 25.60 m respectivamente y en dirección perpendicular a dicha base, calcular la longitud de ésta.
1. En la modernización de un centro urbano, se va a sustituir un monumento por otro de concreto. Un modelo del bloque de concreto a escala 1:5 tiene 1 metro de alto por 500 mm ancho por 500 mm de largo. Si el modelo de concreto pesa 500 Kg, calcular las dimensiones y peso del monumento verdadero.

$$1\text{ mm (en el plano)} = 500\text{ mm (en el terreno)}$$

Por tanto,

$$1\text{ mm}^2\text{ (plano)} = 500 \times 500\text{ mm}^2\text{ (terreno)}$$

$$= \frac{500 \times 500}{1000 \times 1000}\text{ m}^2$$

$$= 0.25\text{ m}^2$$

$$\text{Área en el terreno} = 2000\text{ m}^2$$

Así, área en el plano

$$= \frac{2000}{0.25}\text{ mm}^2 = 8000\text{ mm}^2$$

De otra manera:

$$\text{área en el plano} = \text{área en el terreno} \times (\text{fracción})^2$$

$$= 2000 \times \frac{1}{500} \times \frac{1}{500}\text{ m}^2$$

$$= 2000 \times \frac{1000}{500} \times \frac{1000}{500}\text{ m}^2$$

$$= 8000\text{ mm}^2$$

Ejemplo 7.

Un lote de terreno en forma de rectángulo es dos veces más largo que ancho. Al hacerse el levantamiento, se encontró que tiene 16.722.54 m<sup>2</sup> de área. Calcular las longitudes de los lados en un dibujo a escala 1:10000.

Solución:

$$\text{Área en el plano} = \text{área en el terreno} \times (\text{fracción})^2$$

$$= 16.722,54 \times \frac{1}{1000^2}\text{ m}^2$$

$$= \frac{16.722,54 \times 1000 \times 1000\text{ mm}^2}{10000 \times 10000}$$

$$= 167.22\text{ mm}^2$$



Figura 1.2.1. Codo

Las unidades lineales modernas tuvieron origen en la yarda y pie británico de 1855, y la toise francesa en 1766. En 1889 se adoptaron las normas para el sistema métrico. En 1960, el metro internacional y la pulgada norteamericana se definieron oficialmente en función de longitudes de onda de la luz emitida por el criptón. A partir de 1975 se oficializó el sistema métrico en Estados Unidos, empezando la transición a este sistema.

En nuestro medio se utiliza el metro como unidad de longitud, como unidad de superficie la hectárea que equivale a un cuadrado de 100 metros de lado (10.000 m<sup>2</sup>) y la cuadra, con 80 metros de lado (6.4000 m<sup>2</sup>). Para superficies grandes el kilómetro cuadrado (Km<sup>2</sup>) equivalente a 1.000.000 m<sup>2</sup> y a 100 hectáreas.

El avance de los aparatos de topografía y sus métodos está ligado con las guerras, por la necesidad de elaborar planos y mapas con precisión, lo mismo que definir alcances de armas y sistemas de puntería.

Hoy se cuenta con aparatos electrónicos de alta calidad y el apoyo de calculadoras y computadoras que facilitan notablemente el trabajo y su precisión.



Figura 1.2.2 Cuarta

## UNIDADES DE MEDIDA ANGULAR

La magnitud de un ángulo puede expresarse en distintas unidades, la mayoría de las cuales se deriva básicamente de la división de la circunferencia en varias formas.

Para un levantamiento topográfico deben medirse ángulos y distancias, esta información se obtiene con un trabajo de campo realizado con instrumentos, como el teodolito, que permiten efectuar con precisión la medida de ángulos. Ver figuras 1.3.1 y 1.3.2, 1.3.3 y 1.3.4.



Figura 1.3.1 Teodolito Opticomecánico K&E



Figura 1.3.2 Teodolito Opticomecánico Kern DKM-1



Figura 1.3.3 Teodolito Opticomecánico Wild T-16



Figura 1.3.4 Teodolito Electrónico TOPCON DT-30

Solución:

- a. Fracción = 1:2000,  
o sea que

1 mm (en el plano) = 2000 mm (en el terreno).

Por tanto

1 mm<sup>2</sup> (plano) = 2000 x 2000 mm<sup>2</sup> (terreno).

Área en el plano = 175 x 250 mm<sup>2</sup>.

Por tanto

Área en el terreno

= 175 x 250 x 200 x 200 mm<sup>2</sup>

= 175 x 250 x  $\frac{2000}{1000}$  x  $\frac{2000}{1000}$  m<sup>2</sup>

= 175000m<sup>2</sup>

- b. Mediante la fórmula:

Área en el plano = área en el terreno x (fracción):

Por tanto

Área en el terreno = (175 x 250) x 500<sup>2</sup> mm<sup>2</sup>

= 175 x 520 x  $\frac{500}{1000}$  x  $\frac{500}{1000}$  m<sup>2</sup>

= 10.937,5 m<sup>2</sup>

Comprobación de la solución:

La escala (a) es cuatro veces menor que la (b); habrá pues dieciséis veces el área en un plano del mismo tamaño

10.937.5 x 16 = 175.000 m<sup>2</sup>

Ejemplo 6:

Un terreno tiene 2000 m<sup>2</sup> de área según levantamiento hecho. Si se le representa en un plano a escala 1:500, ¿cuál será el área en el plano en mm<sup>2</sup>?

Solución:

Fracción = 1:500

O sea que

### Conversión de áreas por fracciones representativas

Si la fracción que da la escala en un plano es muy grande, 1/4 por ejemplo, lo que significa esta fracción, según se sabe ya, es que una unidad sobre el plano representa 4 unidades sobre el terreno. Un cuadrado de 1 unidad en el plano representará pues un área sobre el terreno de (4 unidades x 4 unidades). De lo que se deduce una fórmula sencilla:

Escala del plano = 1:4

Área en el plano = 1 x 1 unidades cuadradas

Por consiguiente, área en el terreno =

(1 x 4) x (1 x 4) unidades cuadradas

= 1 x (4 x 4) unidades cuadradas

= 1 x 4: unidades cuadradas

o sea que

$$\text{Área en el plano} = \frac{\text{área en el terreno}}{4}$$

o sea que área en el plano = área en el terreno x (fracción de escala)

Ejemplo 4:

La escala de un plano es 1:4. Si un cuadrado del plano mide 3 por 3 unidades, ¿cuál es el área de terreno correspondiente?

Escala del plano = 1:4

Área en el plano = 3 x 3 = 9 unidades cuadradas

Área en el terreno = (3 x 4) x (3 x 4) = 144 unidades cuadradas.

Por la fórmula:

Área en el plano = Área en el terreno x fracción de escala)<sup>2</sup>

$$9 = x \cdot \frac{1}{16} \text{ unidades cuadradas}$$

Ejemplo 5.

Un área sobre un plano tiene 250 mm x 175 mm. Calcular el área en el terreno, en metros cuadrados, si la escala es:

a. 1:2000

b. 1:500

## 1.3 GEODESIA Y TOPOGRAFÍA. FORMA DE LA TIERRA

Las mediciones se llevan a cabo cerca o sobre la superficie. Algunos factores como la forma y el tamaño de la tierra, afectan las mediciones, los cálculos y la representación. Esto permite clasificar la medición en dos ciencias básicas la geodesia y la topografía, de acuerdo con el tamaño de la superficie considerada.

### 1.3.1 La geodesia

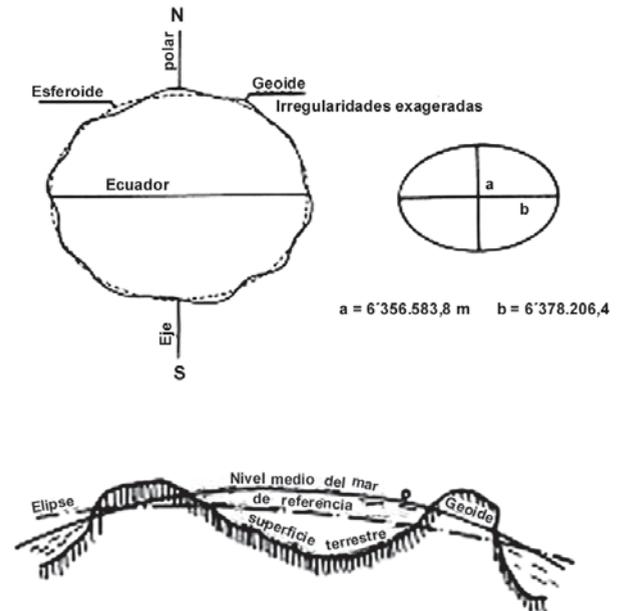


Figura 1.4 Forma de la Tierra

Considera la forma de la tierra como un geoide, abarca los principios y procedimientos matemáticos para la determinación precisa de las posiciones sobre la superficie terrestre y su representación. Ver figura 1.4. Los puntos, generalmente, están separados por distancias de gran magnitud. Representa áreas de considerables extensiones, poblaciones, ciudades, departamentos, países, continentes, etc. Los trabajos geodésicos son de precisión y sus puntos sirven de apoyo para los trabajos topográficos. Hechos principalmente por organismos oficiales. Se manejan en el país por el Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC), y las Oficinas de Planeación Departamental y Municipal.

### 1.3.2 La topografía

Estudia la forma de la tierra teniendo en cuenta la superficie media de la tierra como plana y se define como topografía plana o simplemente topografía. Las direcciones se toman matemáticamente rectas, los ángulos como ángulos planos. La dirección de la plomada se considera la misma (vertical) en todos los puntos dentro de los límites de un trabajo, con las direcciones paralelas entre sí. Se diferencian entonces la geodesia y la topografía por los métodos, procedimientos de medición y cálculos. La topografía trabaja sobre pequeñas extensiones de superficie y la geodesia sobre grandes áreas.

La representación gráfica de mediciones geodésicas la hace la cartografía, proyectando sobre un plano la parte o partes del esferoide terrestre. Para la topografía lo hace el dibujo topográfico que proyecta sobre un plano las medidas de una superficie considerada también como plano.

El error que se comete en los trabajos planimétricos al considerar la tierra como plana es mínimo. Si se tiene en cuenta que un arco de la superficie terrestre de 18 Km de longitud es solamente mayor en 15 mm que la cuerda subtendida. La diferencia entre la suma de los ángulos interiores de un triángulo esférico es 1" con el correspondiente triángulo plano, para una área de 200 Km<sup>2</sup>. Ver figura 1.5 .

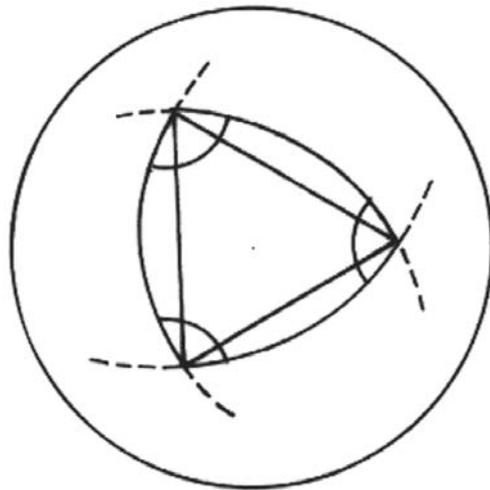


Figura 1.5. Triángulo esférico y triángulo plano

que 1 sun representa 129.600 sun o sea 1 ri; y para nosotros que 1 milímetro representa 129.600 milímetros o sea 129.6 metros.

Conversión de escalas a fracciones

Ejemplo 1:

Si 1 centímetro sobre un mapa representa 10 metros en el terreno, la fracción será:

$$\frac{\text{unidades en el mapa}}{\text{unidades en el terreno}} = \frac{1 \text{ centímetro}}{10 \times 100 \text{ centímetros}} = 1:1000$$

Ejemplo 2:

Si la fracción que indica la escala en un mapa es 1:120, ¿cuántas unidades en el terreno representan 2 unidades del mapa?

$$\text{Escala} = \text{fracción} = 1:120$$

$$\frac{2 \text{ unidades de mapa}}{x \text{ unidades de mapa}} = \frac{1}{120}$$

$$\text{unidades de mapa} = 2 \text{ unidades de mapa} > 120$$

$$x \text{ unidades de mapa} = 240 \text{ unidades de mapa}$$

Ejemplo 3:

Si la fracción que indica la escala es 1:1200, ¿qué distancia hay entre dos puntos del mapa que en el terreno distan entre sí 360 metros?

El problema se puede resolver mediante el siguiente razonamiento:

Fracción = 1:1200, o sea que si 1 m sobre el mapa es igual a 1200 m sobre el terreno, entonces x m sobre el mapa son 360 m sobre el terreno, o bien

$$\frac{1}{1200} = \frac{x}{360} \text{ metros}$$

$$\text{y por tanto } x = \frac{360}{1200} \text{ metros}$$

$$= 0.3 \text{ metros}$$

$$= 300 \text{ mm}$$

1. En palabras sencillamente, como “1 centímetro representa 1 metro”.Lo que, de acuerdo con la definición de escala, simplemente significa que un centímetro en el plano representa 1 metro en el terreno.

2. Por una escala dibujada

Se traza un segmento de recta en el plano y se le divide en intervalos adecuados de manera que con él se puedan obtener fácilmente las distancias sobre el mapa. Si se emplea una escala en la que 1 centímetro representa 1 metro, se tendría dibujada la siguiente escala.

La figura 1.21 es un ejemplo de escala dividida abierta en la cual se muestran a la derecha del cero las divisiones primarias (1.0 metro). El cero está a una unidad contando desde la izquierda de la escala, y esta unidad se subdivide en divisiones secundarias.



Figura 1.21. Escala dividida abierta

Otro método de dar una escala dibujada es rellenar las divisiones, con lo que se tiene una escala plena, un ejemplo de la cual se ve en la figura 1.22.



Figura 1.22. Escala plena

3. Mediante una fracción representativa

En este método de dar la escala, se emplea una fracción en la que el numerador representa el número de unidades sobre el mapa (siempre una) y el denominador representa el número de iguales unidades sobre el terreno. En una escala en la que 1 centímetro representa 1 metro, la fracción que representa la escala será 1/100, o bien 1:100 como a veces se indica, pues hay 100 centímetros en 1 metro.

Una fracción representativa es la manera internacional para indicar la escala. Así, toda persona que examine un mapa entenderá al ver la fracción representativa de la escala que ésta indica las unidades a que está acostumbrada. Una escala de 1:29.600 querrá decir para un norteamericano que 1 pulgada representa 129.600 pulgadas o sea 2 millas; para un japonés,

En la altimetría, solo en distancias pequeñas se puede prescindir de la curvatura. En una distancia de un kilómetro la superficie de nivel está 14 cm por debajo de la tangente. Ver figura 1.6 .

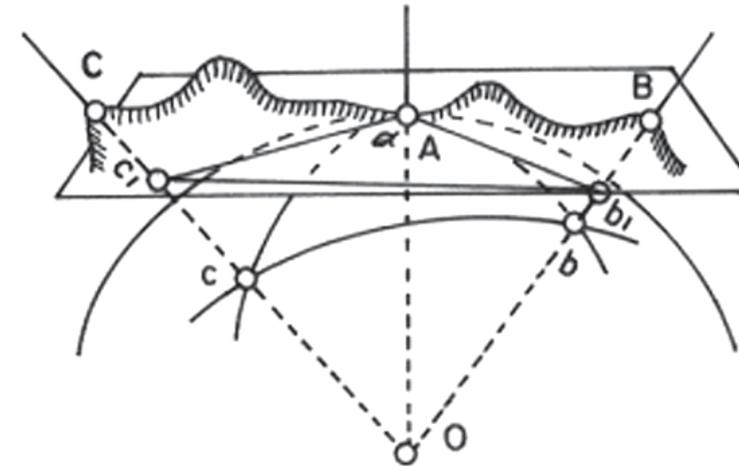


Figura 1.6. Efecto de la curvatura en altimetría

## 1.4 DIVISIÓN BÁSICA DE LA TOPOGRAFÍA

### 1.4.1 Planimetría.

Solo tiene en cuenta la proyección del terreno sobre un plano horizontal. Representa los accidentes de un terreno sobre un plano en proyección horizontal. Esta proyección se denomina base productiva. Figura 1.7 .

### 1.4.2 Altimetría.

Considera la elevación (altura) a que se encuentran los puntos respecto a una superficie horizontal de referencia (Datum) y la distancia vertical entre ellos. Proyecta los puntos sobre el plano vertical. Figura 1.8 .

### 1.4.3 Planimetría y altimetría.

Tienen en cuenta la posición del punto sobre el plano horizontal y además su altura. Sus métodos de trabajo y representación combinan los sistemas de la planimetría y la altimetría. Figura 1.9 .

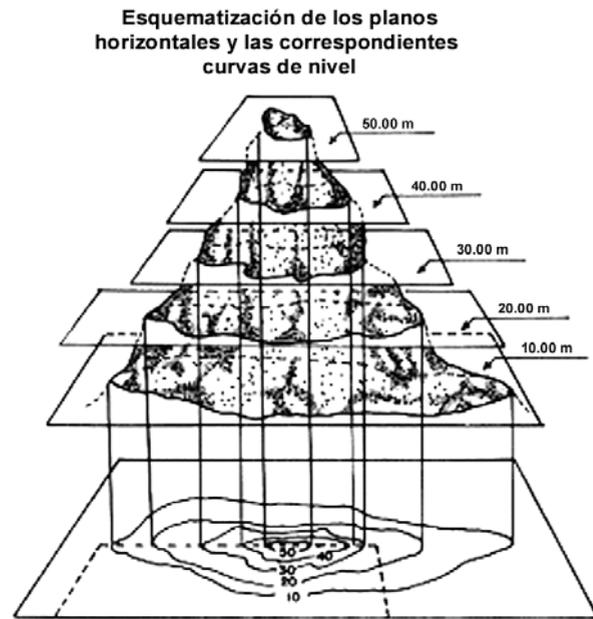


Figura 1.7. Base productiva

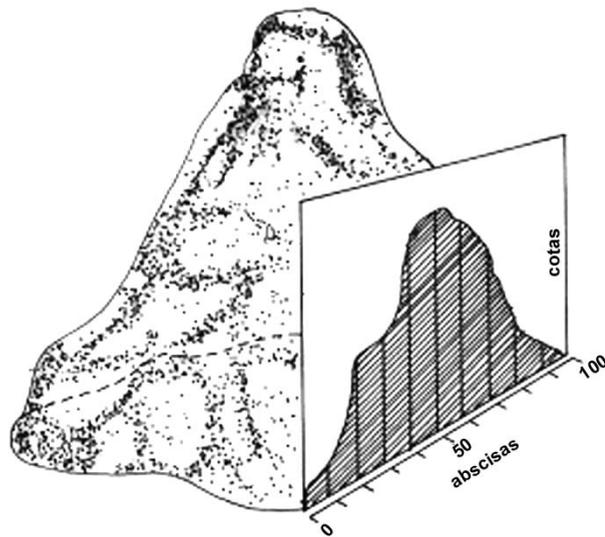


Figura 1.8. Datum

Solución:

El ángulo mayor será el ACB, opuesto al lado mayor.

Por la regla del coseno

$$\begin{aligned} \cos C &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \\ &= \frac{205^2 + 110^2 - 210^2}{2 \times 205 \times 110} \end{aligned}$$

Ángulo C = 77°09'

### 1.5.4 Escalas

Lo más corriente es que el propósito de un levantamiento sea hacer algún tipo de plano o mapa. El tipo de plano que resulte depende en gran parte de la escala a la cual se trace.

La escala de un mapa es la relación entre una distancia sobre el mapa y la misma distancia sobre el terreno. Si en un plano 10 milímetros representan una distancia en la tierra de 10 kilómetros, la escala sería muy pequeña y aparecerían pocos detalles, como ocurre en una página de un atlas. Pero si los mismos 10 milímetros representaran solamente una distancia de 1 metro sobre la tierra, la escala sería grande y se podrían apreciar aun los detalles pequeños.

La escala de un mapa depende del objetivo para el cual se va a utilizar. Si se va de paseo en automóvil un día de fiesta, es deseable poder manejar con facilidad el mapa dentro del automóvil y tener al mismo tiempo una buena distancia representada en el mismo. Un mapa de 1 metro cuadrado puede representar 200 kilómetros cuadrados, con lo que se tendría una escala bastante pequeña pero suficientemente grande para que el conductor pueda hallar su camino por la región. Pero un arquitecto al hacer el plano de una casa tiene que dibujar detalles de puertas, ventanas, etc.; así que una ventana de 1 metro de ancha muy bien puede estar representada en el plano con un ancho de 10 milímetros.

Métodos de dar la escala:

La escala de un mapa o de un plano se puede dar de tres maneras:

Ejemplo 3.

Se ha hecho el levantamiento de un terreno triangular midiendo la distancia  $AB = 231$  m y la altura  $164.0$  m. Calcular el área del terreno en hectáreas. Ver figura 1.19.

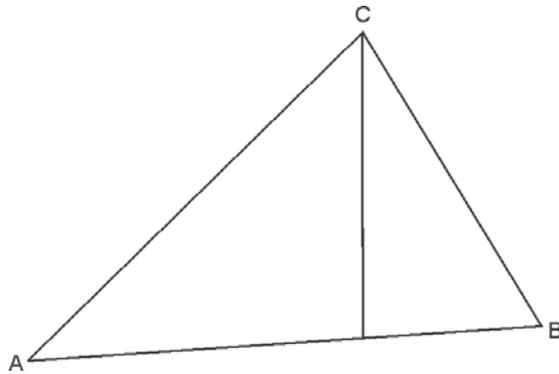


Figura 1.19. Esquema ejemplo 3.

Solución:

Área de ABC:  
 $= 1/2 \text{ base} \times \text{altura}$   
 $= 115.5 \times 164 \text{ m}^2$   
 $= 18942 \text{ m}^2$   
 $= 1.894 \text{ hectáreas}$

Ejemplo 4.

Los lados de un terrenos triangular son:

$AB = 210$  m  
 $AC = 110$  m  
 $BC = 205$  m

Calcular el mayor ángulo del triángulo. Ver Figura 1.20

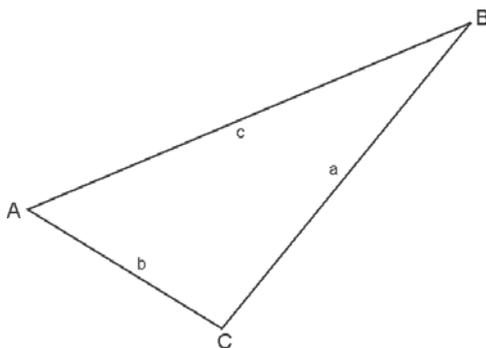


Figura 1.20. Esquema ejemplo 4.

La topografía es una aplicación de la geometría, dentro de la cual se tiene una correspondencia entre los elementos geométricos y su materialización sobre el terreno. En el trabajo se trata siempre de conseguir figuras geométricas. Por eso un lindero se asimila a una sucesión de tramos rectos (polígono cerrado) con tantos vértices como cambios de dirección tenga. El eje de una vía a una sucesión de tramos rectos y curvas. Cuando la figura geométrica asignada se aproxime a las características del terreno, la medida encontrada será representativa.

Los métodos empleados en topografía son estrictamente geométricos y trigonométricos. Se determinan líneas y ángulos para formar figuras geométricas.

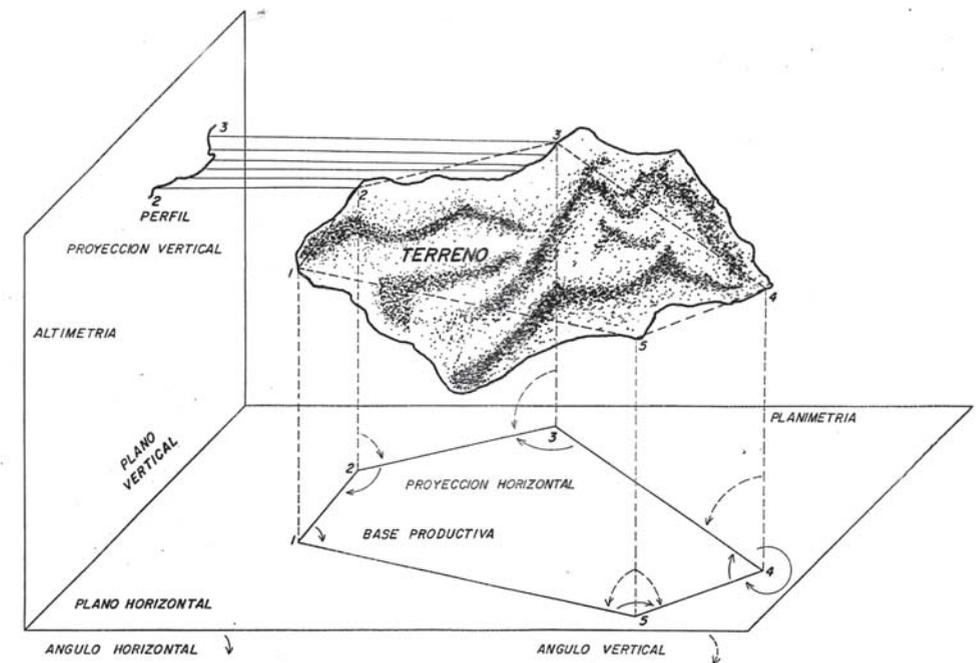


Figura 1.9. Altimetría y planimetría

### 1.5 PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE LA TOPOGRAFÍA

¿Qué se entiende exactamente por topografía en el trabajo de ingeniería?

Tal vez sea más fácil responder a esta pregunta si se examinan las tareas de un topógrafo. Entre otras cosas, se le llama para medir alturas y distancias; para localizar sobre el terreno edificaciones, alcantarillados, desagües o carreteras; para que mida áreas y volúmenes de figuras regulares o irregulares; y para elaborar dibujos detallados.

En estas operaciones se comprenden el empleo de matemáticas prácticas, la utilización, manejo y conocimiento de diversos tipos de instrumentos, el cálculo de las observaciones, y, por último, la presentación del trabajo en forma de planos.

Para manejar la topografía, el ingeniero necesita conocer principios básicos de aritmética, álgebra, geometría y trigonometría, tener una regular habilidad para dibujar y hacer gráficos. Debe conocer el lenguaje del terreno, del topógrafo, y de la forma como éste hace su trabajo de campo, sus cálculos y planos saber por qué y para que se contracta un trabajo; cual es la persona (topógrafo) más capacitada para hacerlo, el equipo a emplear y los requerimientos de calidad, con el fin de lograr los objetivos propuestos; controlar y dar el visto bueno a los datos, cálculos y planos.

Debe garantizar finalmente que el trabajo cumpla sus expectativas, se haga durante el tiempo convenido y a costos razonables. Es legalmente responsable de los errores que se generen a partir de él.

El topógrafo tiene que ser pues un matemático práctico versado en geometría y trigonometría, y ha de tener una regular habilidad para dibujar y pintar.

Por lo dicho en los párrafos anteriores, bien podría decirse que la topografía es, en su forma

más simple, el arte de medir sobre la superficie terrestre y de representarla en el papel a una escala adecuada.

Todas las mediciones físicas y su representación a escala se hacen ahora en el sistema métrico decimal en la mayoría de los países del mundo, y acaso sea conveniente empezar un estudio de topografía revisando ante todo las unidades de medida más usadas.

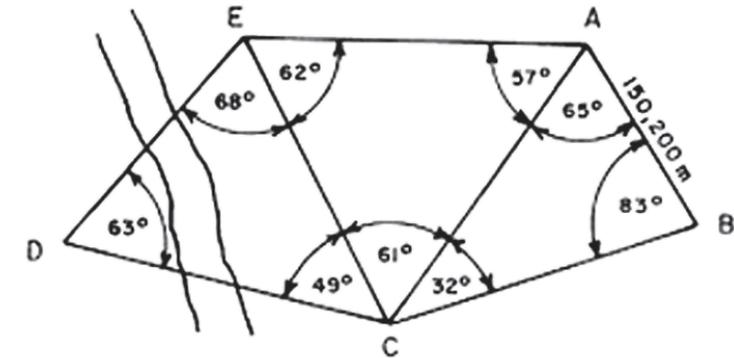


Figura 1.18. Esquema ejemplo 2

Solución:

En el triángulo:

$$ABC \quad \frac{AC}{\text{Sen } 83^\circ} = \frac{AB}{\text{Sen } 32^\circ} \quad (\text{Regla del seno})$$

$$AC = \frac{AB \text{ Sen } 83^\circ}{\text{Sen } 32^\circ}$$

En el triángulo:

$$ACE \quad \frac{CE}{\text{Sen } 57^\circ} = \frac{AC}{\text{Sen } 62^\circ} \quad (\text{Regla del seno})$$

$$CE = \frac{AC \text{ Sen } 57^\circ}{\text{Sen } 62^\circ}$$

En el triángulo:

$$DEC \quad \frac{DE}{\text{Sen } 49^\circ} = \frac{CE}{\text{Sen } 63^\circ} \quad (\text{Regla del seno})$$

$$DE = \frac{\text{Sen } 49^\circ \text{ Sen } 57^\circ \text{ Sen } 83^\circ \times 150.200}{\text{Sen } 63^\circ \text{ Sen } 62^\circ \text{ Sen } 32^\circ}$$

$$= 226.36 \text{ m}$$

**Ejemplo 1.**

Representar la información siguiente a escala de 1:2500 (1 unidad de longitud interpapel representa 2.500 unidades de longitud) los datos referidos permiten identificar los puntos.

- a. Mediciones de longitudes
  - AB 273.2 m
  - AC 200.0 m
  - CB 244.9 m
- b. Mediciones de longitudes
  - AB 273.2 m
 Mediciones de ángulos
  - BAC 60°
  - CBA 45°
- c. Mediciones de longitudes
  - AC 200.0 m
  - AB 273.2 m
 Mediciones de ángulos
  - BAC 60°
- d. Mediciones de longitudes
  - AOB 273.2 m
 Medic. al punto de desvío
  - AO 100.0 m
 Medición del desvío
  - OC 173.2 m

**Solución:**

Los puntos se han representado a escala en el dibujo adjunto, y todas las medidas se refieren a los mismos puntos. Ver figura 1.17.

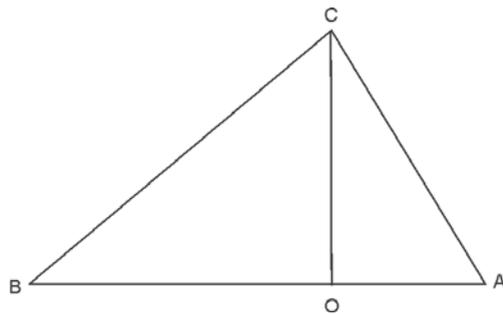


Figura 1.17. Plano ejemplo 1.

Es muy importante que el topógrafo ingeniero tenga un conocimiento firme de las matemáticas fundamentales. Los siguientes ejemplos sirven para indicar casos en que se emplean los cuatro principios básicos mencionados (trilateración, rectas triangulación y coordenadas polares).

**Ejemplo 2.**

En un esquema de triangulación sencillo se han reunido varios triángulos para dar la figura que sigue. Ver figura 1.18. La base AB se ha medido con cinta métrica y los ángulos de los distintos triángulos mediante un teodolito. Lo buscado es la distancia DE a través del río.

**1.5.1 El sistema métrico decimal de medidas.**

Este sistema métrico fue implantado oficialmente en Francia el 22 de junio de 1799. La unidad fundamental de medida es el metro, y en la época de su adopción, se grabaron dos marcas en una barra de platino distantes entre sí 1/10.000.000 de la longitud del cuadrante de.

la Tierra, es decir, de la distancia del Ecuador al polo norte medida sobre el meridiano de París.

En 1872, en una reunión de las naciones interesadas en París, se dispuso que la barra se haría con el 90 por ciento de platino y el 10 por ciento de iridio, y así se le conserva hasta hoy en Sevres, Francia.

En 1960, sin embargo, se definió finalmente el metro como 1650763.73 longitudes de onda en el vacío de la radiación naranja ( $2P_{10} - 5d_3$ ) de un átomo de kriptón de masa 86.

El sistema métrico mismo ha sido normatizado recientemente, y el "Systeme Internationale" (SI) establece las unidades fundamentales y derivadas que se han aprobado internacionalmente. Las unidades siguientes son las más importantes para la topografía:

Tabla 1.1. Unidades de medida mas comunes en SI

Magnitud	Unidad	Símbolo
longitud	metro	m
área	metro cuadrado	m <sup>2</sup>
volumen	metro cúbico	m <sup>3</sup>
masa	Kilogramo	kg
capacidad	litro	l

Tomando como unidad fundamental cualquiera de las magnitudes enumeradas, se deriva una tabla de múltiplos y submúltiplos anteponiendo un prefijo a la unidad fundamental como se muestra en la tabla 1.1.

En la tabla 1.1 se observa que sólo se recomiendan tres unidades para uso general. Lo mismo ocurre para otras magnitudes también, y en la tabla 1.2 se da una selección breve de las unidades incluidas en el sistema SI que ahora son de empleo corriente (Ver tabla 1.2).

Tabla 1.2. Múltiplos y submúltiplos de las unidades de medida mas comunes en SI

Prefijo	Factor	Unidad derivada	Unidad SI recomendada
kilo	1000	kilómetro	Kilómetro (km)
hecto	100	hectómetro	
deca	10	decámetro	metro (m)
		metro	
deci	0.1	decímetro	
centi	0.01	centímetro	Milímetro (mm)
mili	0.001	milímetro	

Por último, es necesario ver exactamente cómo se relacionan entre sí el peso, el volumen y la capacidad. La tabla 1.3 muestra la relación fundamental de la cual se pueden deducir otras.

Tabla 1.3. Relación entre unidades de medida

Magnitud	Unidad SI recomendada	Otras unidades
Longitud	Kilómetro(km) metro (m) milímetro (mm)	centímetro (cm)
área	metro cuadrado (m <sup>2</sup> ) milímetro cuadrado(mm <sup>2</sup> )	centímetro cuadrado(cm <sup>2</sup> ) hectárea (100mx100m)(ha)
volumen	metro cúbico (m <sup>3</sup> ) milímetro cúbico (mm <sup>3</sup> )	decímetro (dm <sup>3</sup> ) centímetro cúbico (cm <sup>3</sup> )
masa	kilogramo (kg) gramo (g) miligramo (mg)	
capacidad	metro cúbico (m <sup>3</sup> ) milímetro cúbico (mm <sup>3</sup> )	litro (l) mililitro (ml)
Volumen	Peso	Capacidad
1 metro cúbico	1000 kilogramos	1000 litros
1decímetro cúbico	1 kilogramo	1 litro
1centímetro cúbico	1 gramo	1 mililitro

Mediante mediciones de longitudes y de ángulos:

- Triangulación. Midiendo las distancias XY y los ángulos YXZ y ZYX con algún instrumento para medir ángulos, es posible representar los puntos de diversas maneras. Basta representar XY a escala y trazar valiéndose del transportador los ángulos medidos; o bien se pueden calcular las longitudes XZ y YZ y trazarlas por trilateración. Ambos métodos dan una representación muy precisa a escala. Ver figura 1.15.
- Coordenadas polares. Si se miden las distancias XY y XZ como antes, y además se mide un ángulo, como el YXZ por ejemplo, el levantamiento se puede representar con escala y transportador como en la triangulación anterior. Cuando se miden dos distancias y el ángulo que forman, el método de topografía se llama levantamiento poligonal. Ver figura 1.16.

Todos los principios anteriores se utilizan en levantamientos para la construcción en una u otra forma y aun en la topografía de un emplazamiento para edificaciones relativamente pequeñas se pueden combinar los cuatro métodos.

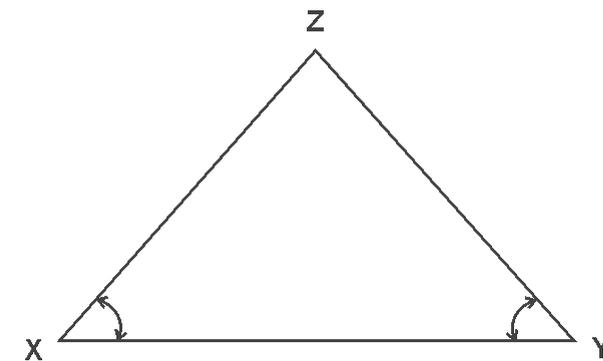


Figura 1.15. Triangulación: medida de lados y ángulos

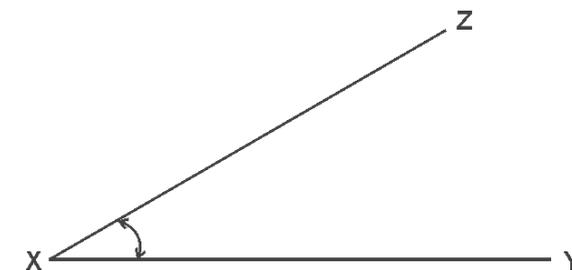


Figura 1.16. Coordenadas polares

Pero el topógrafo dedicado a la construcción, tiene que ver con áreas relativamente pequeñas, que se pueden tratar como si estuvieran en un plano horizontal sin mayor error.

Si se imaginan tres puntos X, Y, Z situados en el mismo plano, sus posiciones relativas se pueden determinar de diferentes maneras.

• Valiéndose solamente de longitudes:

- a. Trilateración. La palabra significa “medición de tres lados” y aplicando en este caso dicho principio, se miden las longitudes XY, YZ y XZ. Si se traza XY sobre el papel a una escala dada, y se describen arcos de radios YZ y XZ, éstos se cortarán en el punto Z. Ver figura 1.13.
- b. describen arcos de radios YZ y XZ, éstos se cortarán en el punto Z. Ver figura 1.13.
- c. Rectas perpendiculares. Si se miden los segmentos XO y OY sobre la recta XY, y la recta OZ es perpendicular a la anterior, entonces se puede determinar el punto Z con respecto a XY. Ver figura 1.14.

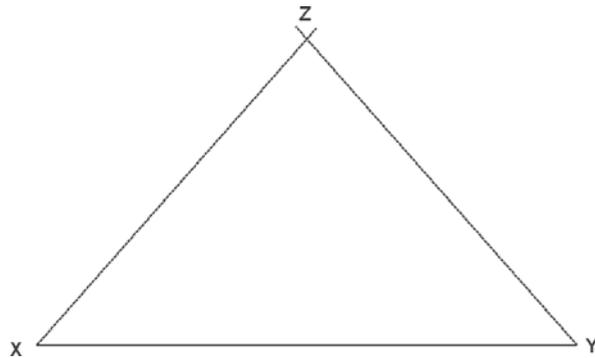


Figura 1.13. Trilateración: medida de lados.

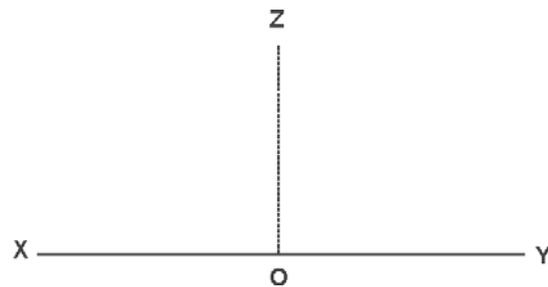


Figura 1.14. Rectas perpendiculares

### 1.5.2 Matemáticas para la topografía:

Se ha dicho ya que para ejecutar y entender el trabajo de la topografía se necesitan matemáticas prácticas. La rama de la matemática en la cual debe tener mejores conocimientos es la trigonometría.

Se dan las fórmulas que siguen debido a su utilidad general en situaciones usuales, pero sin de demostrarlas: para ello, o en el caso de que se necesiten otras fórmulas, deberá consultarse un buen texto.

#### Relaciones trigonométricas fundamentales:

En la figura 1.10, el ángulo B es recto. Los lados a, b y c son opuestos a los ángulos A, B y C respectivamente.

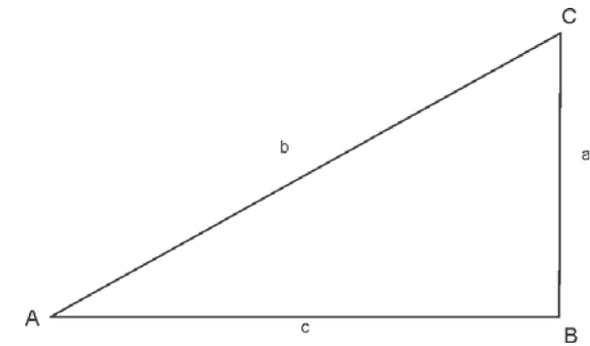


Figura 1.10. Triángulo rectángulo

Tabla 1.4. Relaciones trigonométricas fundamentales

1	$\text{Sen } A = \frac{a}{b}$	2	$\text{Co sec } A = \frac{b}{a} = \frac{1}{\text{Sen } A}$
3	$\text{Cos } A = \frac{c}{b}$	4	$\text{Sec } A = \frac{b}{c} = \frac{1}{\text{Cos } A}$
5	$\text{Tan } A = \frac{a}{c}$	6	$\text{Co tan } A = \frac{c}{a} = \frac{1}{\text{Tan } A}$

En la figura 1.11 todos los ángulos son agudos, y en la figura 1.12 el ángulo A es obtuso.

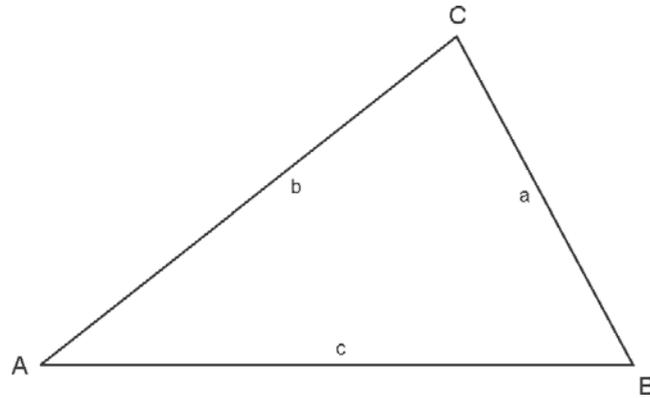


Figura 1.11. Triángulo acutángulo

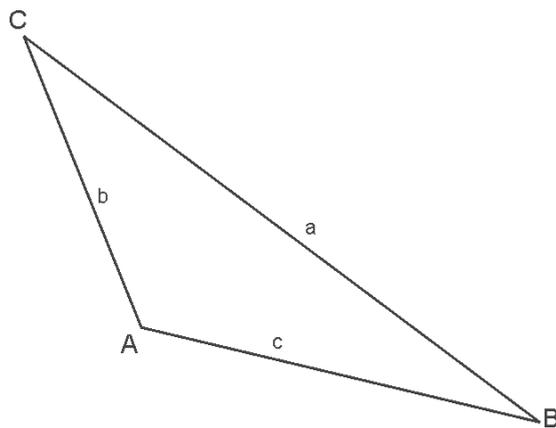


Figura 1.12. Triángulo obtusángulo

Para ambos triángulos son válidas las fórmulas siguientes:

7. Regla del Seno

$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C} = 2R$$

(Siendo R el radio del círculo circunscrito).

8. Regla del Coseno

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \text{Cos } A$$

Nota: si A es obtuso,  $\text{Cos } A = -\text{Cos } (180-A)$

9. Fórmula del área

$$\text{Área del triángulo ABC} = \frac{1}{2} ab \text{ Sen } C$$

10. Fórmula de la tangente del semitriángulo

$$\text{Tan } \left[ \frac{A - B}{2} \right] = \frac{a - b}{a + b} \text{ Cot } \frac{C}{2}$$

Las fórmulas en función del semiperímetro "s".

$$11. \text{Área del triángulo ABC} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\text{Cos } \frac{A}{2} = \sqrt{s \cdot \frac{s - a}{bc}}$$

$$s = \frac{(a + b + c)}{2}$$

Otras fórmulas trigonométricas y los teoremas de geometría que sean necesarios aparecerán en su debido lugar.

**1.5.3 Principios fundamentales de topografía:**

Los levantamientos topográficos se representan a escala en el papel. Tales papeles se llaman planos.

Como en la superficie plana de un trozo de papel solo se puede representar con fidelidad el plano horizontal, y como la superficie de la Tierra es curva, resulta que no se puede representar exactamente en un mapa, si no es recurriendo a cierta clase especial de topografía que se llama geodesia.

La geodesia se emplea cuando se trata de representar con precisión grandes extensiones de tierra, como todo un país por ejemplo. Los institutos catastrales construyen mapas a diversas escalas utilizando técnicas geodésicas, con lo cual se obtienen los mapas de la mejor calidad posible.